Taxa Interna de Retorno: Um Parâmetro do Projeto e Não Uma Medida de Retorno do Investimento

Antonio Carlos Teixeira Álvares
José Carlos Barbieri
Claude Machline

Resumo: O valor da taxa de juros que torna nulo o fluxo de caixa líquido de um projeto de investimento sempre foi chamado de taxa interna de retorno (TIR). O presente artigo pretende demonstrar que a taxa interna é um parâmetro do projeto e não representa, pelo menos na esmagadora maioria dos casos, uma medida exata do retorno do investimento. Apenas no caso excepcional onde ocorre somente um desembolso inicial e um recebimento final (caso típico de uma aplicação financeira) a TIR representaria o exato retorno sobre o capital investido. A existência de fluxos de caixa intermediários retira da TIR a condição de medida de retorno sobre o investimento. Esse fato permite, inclusive, uma interpretação mais adequada para o fenômeno das múltiplas taxas de retorno, possíveis nos fluxos de caixa não convencionais e valida a taxa interna de retorno modificada (TIRM), como indicador mais aceitável para estimar a taxa de remuneração de um investimento convencional.

1. Introdução

Um projeto de investimento convencional apresenta desembolsos (saídas de caixa) na fase inicial e recebimentos (entradas de caixa) nos períodos futuros. Claro que, para haver retorno sobre o investimento, será necessário que o total das entradas de caixa supere o das saídas. Como, entretanto, as entradas ocorrem após as saídas, é necessário que seja levado em consideração o custo do dinheiro no tempo. Dessa forma, admitida uma taxa de juros mínima aceitável pelo investidor, denominada Taxa Mínima de Atratividade (TMA), o projeto de investimento terá condições de ser aceito se o Valor Presente Líquido (VPL) do fluxo de caixa não for negativo.

Considerando como negativos os valores referentes às saídas de caixa e como positivos aqueles referentes às entradas, a condição de Valor Presente Liquido não negativo (VPL $\geq$ 0) indica que a soma dos recebimentos descontados (a uma TMA) para a data inicial do projeto supera ou iguala os desembolsos igualmente descontados (à mesma taxa), o que tornaria o projeto aceitável para o investidor.

A literatura especializada define Taxa Interna de Retorno - TIR como sendo a taxa de juros que anula o valor presente líquido (VPL) do fluxo de caixa de um investimento. A obtenção da TIR se dá pela solução da equação 1, na qual a incógnita é a taxa i, e CF_j o fluxo de caixa na data j.

$$VPL = CF_0 + \frac{CF_1}{(1+i)} + \frac{CF_2}{(1+i)^2} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{CF_{n-1}}{(1+i)^{n-1}} + \frac{CF_n}{(1+i)^n} = 0 \quad (1)$$

Multiplicando-se por $(1 + i)^n$, obtém-se a equação equivalente do valor futuro líquido (VFL):

$$VFL = CF_o \times (1+i)^n + CF_1 \times (1+i)^{n-1} + \ldots\ldots\ldots\ldots + CF_{n-1} \times (1+i) + CF_n = 0 \quad (2)$$

Ou seja, a obtenção da TIR se dá pela resolução de uma equação polinomial de grau n, que, no limite, pode admitir até n raízes positivas.

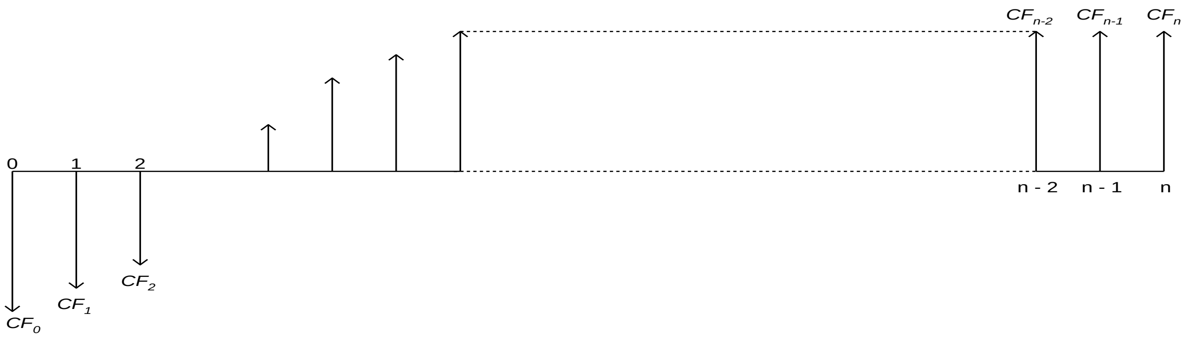
Pretendemos mostrar no presente artigo que a denominação *Taxa Interna* de *Retorno* é equivocada, porém o fato é que, existindo uma única solução para a TIR, ela, embora não significando, necessariamente, uma medida exata do retorno do investimento, é um parâmetro notável associado ao fluxo de caixa do projeto. Assim, em primeiro lugar serão feitas considerações sobre a TIR diante de diferentes fluxos de caixa, bem como sua interpretação. Serão analisados os casos que envolvem múltiplos resultados e os tratamentos dados a eles. Como se verá, há uma grande polêmica com respeito a esse aspecto da TIR. Por fim o artigo traz uma proposta para adequar o nome desse instrumento de avaliação de projetos às considerações tratadas com apoio numa vasta literatura.

2. Fluxos de Caixa Convencionais

Na maioria dos casos os projetos de investimento têm um fluxo de caixa típico, como o da Figura 1, que a literatura chama de “fluxo de caixa convencional”, caracterizado pelas seguintes condições:

1. os desembolsos (saídas liquidas de caixa) ocorrem nos primeiros anos, e os recebimentos (entradas liquidas de caixa), nos anos subseqüentes, com apenas uma inversão de sinal no fluxo de caixa; e
2. o somatório dos recebimentos supera o dos desembolsos.

Figura 1



A ocorrência dessas condições é um fato corriqueiro em investimentos industriais, onde os desembolsos efetuados com equipamentos e instalações físicas da unidade produtiva precedem as receitas obtidas com a venda de produtos. É condição *sine qua non* para o projeto ser aceitável que as receitas futuras superem os desembolsos iniciais. Observada a condição 1, a regra de sinais do teorema de Descartes indica que existe uma única raiz positiva ($x^* = 1 + i^*$) para a equação 2. Por outro lado, observada a condição 2, demonstra-se, como pode ser visto em De Faro (1979, p.61), que essa raiz (x^*) é superior à unidade, i.e., $i^* > 0$. Ou seja, nos casos de fluxo de caixa convencional, comprovam-se, matematicamente, a existência e unicidade da TIR.

A disciplina Engenharia Econômica (tradução do original *Engineering Economy*), foi desenvolvida a partir da década de 1920, nos Estados Unidos, por diversos autores como Fish, Grant, Thuesen. Naquela época os economistas estavam preocupados com os modelos macroeconômicos, como os estudos dos ciclos econômicos e a teoria da moeda e do crédito. Os engenheiros, por outro lado, desejavam resolver problemas práticos como, por exemplo, construir ou não uma nova fábrica, comprar ou alugar uma máquina ou decidir entre construir uma ponte de concreto ou de aço. Enfim, os engenheiros demandavam um modelo microeconômico para análise de investimentos e a disciplina nasce então com o instigante nome de Engenharia Econômica. Portanto, a Engenharia Econômica se dedicou, no seu início, ao estudo dos projetos de investimentos típicos da área de produção e operações, especialmente à construção e ampliação das plantas industriais, na maioria das vezes envolvendo fluxos de caixas convencionais, ou seja, aqueles que obedecem às duas condições descritas acima.

Um projeto de investimento era aceito quando o valor presente do fluxo de caixa descontado dos recebimentos superava o dos desembolsos. Ou, considerando desembolsos como valores negativos e recebimentos como valores positivos, quando o valor presente líquido (VPL) de todo o fluxo fosse maior ou igual a zero ($VPL \geq 0$). A taxa de desconto deveria ser igual a uma taxa de juros mínima aceitável pelo investidor, denominada Taxa Mínima de Atratividade (TMA).

Admitindo o estudo de viabilidade de um projeto com fluxo de caixa convencional, matematicamente seria sempre possível obter, pela resolução da equação 2, uma e apenas uma taxa de juros positiva que anulasse o valor presente do fluxo de caixa. Para qualquer taxa de juro positiva inferior a ela, o valor presente líquido do projeto seria sempre positivo. Tal taxa, um parâmetro associado ao fluxo de caixa do projeto, foi então, inapropriadamente, como pretendemos mostrar, denominada Taxa Interna de Retorno (TIR). A condição de $VPL \geq 0$ (valor presente líquido não negativo) para aceitação do projeto poderia ser substituída pela equivalente $TIR \geq TMA$ (taxa interna de retorno não inferior à taxa mínima de atratividade).

2.1. Interpretação da TIR

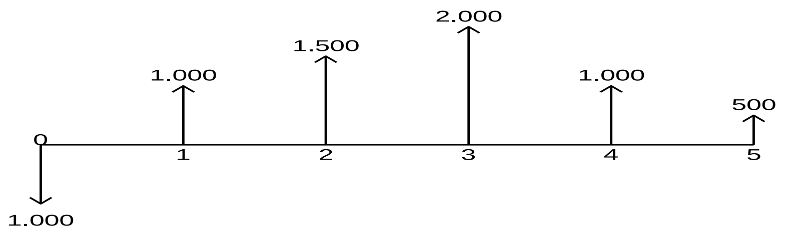
A taxa interna de retorno, como o próprio nome indica, tem sido, desde a sua concepção, interpretada como a taxa que remuneraria o investimento realizado no projeto. Muitos autores referem-se normalmente à TIR como sendo a medida da remuneração do investimento. Por exemplo, Hartmam e Schafrick (2004), afirmam que, quando única, a TIR define o retorno de um investimento (p.139). Já, segundo, Pilão e Hummel: “encontrar a TIR de um investimento é o mesmo que encontrar a sua potência máxima, o potencial exato da remuneração que o investimento oferece” (2003, p.125).

Essa interpretação é inexata na maioria das vezes. O modelo de cálculo da TIR, pela forma como foi concebido, pressupõe que os fluxos de caixa intermediários, se positivos (recebimentos), sejam remunerados por uma taxa de juros igual à TIR, bem como os fluxos de caixa negativos (desembolsos) sejam também financiados pela mesma taxa. Segundo Kassai et alii (1999, p. 68), por causa disso, quando a TIR apurada difere substancialmente das taxas de mercado, a sua interpretação como taxa de retorno do investimento é falsa. Se a TIR for muito diferente das taxas de mercado, ela pode ficar muito longe de indicar a verdadeira rentabilidade do projeto de investimento.

A seguir serão analisados alguns projetos de investimento. Em todas as análises será admitido que todos os valores estão expressos em moeda constante (isenta de inflação) e que a taxa de juros reais (também isenta dos efeitos da inflação) será constante durante a vida do projeto. Para ilustrar a distorção provocada pela hipótese de reaplicação dos fluxos de caixa positivos (receitas) intermediários pela TIR, será examinado inicialmente um projeto de rentabilidade muito elevada.

Exemplo 1: *Um investidor resolveu apostar na recuperação de um poço de petróleo declarado esgotado. Obteve a concessão de exploração e investiu na recuperação das bombas. O investimento inicial atingiu a soma de $ 1.000 mil. O poço revelou a existência de reservas inexploradas e gerou no primeiro ano um fluxo de caixa positivo de $1.000 mil, pagando todo o investimento. No segundo ano as receitas líquidas atingiram $ 1.500 mil; no terceiro $ 2.000 mil que declinaram no quarto ano para 1.000 mil. As reservas de óleo se esgotaram no quinto ano, mas ainda deixaram, naquele ano, receitas líquidas de $ 500 mil. Ao final do quinto ano o poço foi abandonado. A Taxa Mínima de Atratividade (TMA) adotada pelo investidor é 12% a.a.*

O esquema do fluxo de caixa do investimento está indicado abaixo:



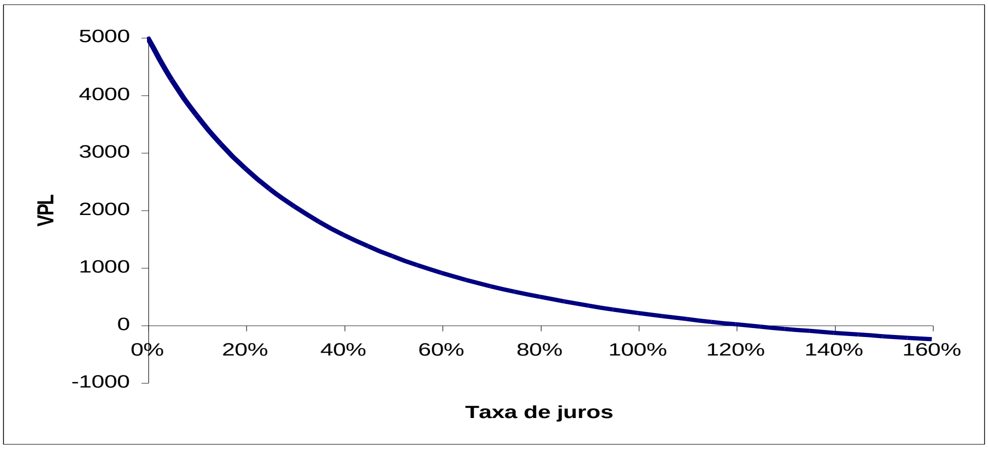
O valor presente líquido, em função da taxa de juros i, será:

$$VPL = -1.000 + \frac{1.000}{(1+i)} + \frac{1.500}{(1+i)^2} + \frac{2.000}{(1+i)^3} + \frac{1.000}{(1+i)^4} + \frac{500}{(1+i)^5}$$

Gráfico 1 apresenta a função VPL deste exemplo. Como pode se ver, a função VPL é decrescente e admite uma única taxa interna de retorno, no ponto em que corta o eixo das abscissas (*VPL=0*), dando como resultado:

$$i = TIR = 120{,}56\%$$

Gráfico 1: Função *VPL =f(i)* do Exemplo 1



Nesse exemplo, onde a TIR é mais de dez vezes superior à TMA, fica amplificada a distorção provocada pelo fato de as receitas intermediárias serem reinvestidas à TIR (a concepção da TIR implica, pelo princípio de equivalência de capitais, que todos os fluxos caminham no tempo pela própria TIR). Não existe, porém, possibilidade de aplicar as receitas intermediárias à própria taxa interna do projeto. A TIR é resultado de um cálculo matemático que, no exemplo em curso, é muito superior à realidade de mercado. Supondo que fosse admissível reaplicar as receitas intermediárias até o final do projeto a 12% ao ano, seria obtido, no final do ano 5, o seguinte montante:

$$FV = 1.000 \times (1{,}12)^4 + 1.500 \times (1{,}12)^3 + 2.000(1{,}12)^2 + 1.000 \times (1{,}12) + 500 = 7.809{,}71$$

e a solução:

$$i = \left(\frac{7.809{,}71}{1.000}\right)^{1/5} - 1 = 0{,}5084\text{, ou seja, i = 50,84\%}$$

Se a hipótese de aplicação das receitas intermediárias do projeto à taxa de 12% for viável na prática, a taxa de 50,84% representaria uma aproximação muito mais adequada da rentabilidade do investimento. Caso a taxa de mercado para aplicação das receitas fosse apenas de 6% a.a., o valor dos recebimentos acumulados na data 5 seria 6.856,20 e o resultado indicaria uma taxa de 46,97% a.a. Supondo que as receitas, por contrato celebrado com o órgão governamental responsável pela concessão, devessem ficar retidas e só pudessem ser resgatadas no final do quinto ano, quando terminasse a concessão de exploração, sem nenhuma remuneração, teríamos, no final do ano 5, o recebimento de 6.000,00 e o resultado seria uma taxa de 43,10%. Supondo, por último, que as receitas geradas pelo projeto pudessem ser reaplicadas à própria TIR (120,56% a.a.), no final do quinto ano o montante acumulado seria de 52.191,27, e daria como resultado 120,56%.

Como vimos, a TIR, no presente exemplo, por ser muito diferente da taxa de mercado para aplicação das receitas geradas durante o projeto, está longe de medir a verdadeira rentabilidade do investimento. Métricas muito mais adequadas para medir a rentabilidade são as que levam em consideração a taxa de mercado para aplicação das receitas intermediárias. A Tabela 1 resume os valores obtidos:

Tabela 1: Análise comparativa da rentabilidade do investimento

Taxa anual de aplicação das receitas do projeto	**Valor das aplicações no final do 5º ano**	**Rentabilidade anual do investimento**
120,56%	52.191,97	120,56%
12,00%	7.809,71	50,84%
6,00%	6.856,20	46,97%
0	6.000,00	43,10%

A concepção da TIR conduz ao fato de que os fluxos de caixa intermediários do projeto caminham no tempo pela própria TIR. Se a TIR for muito diferente da taxa de mercado, ela poderá ficar muito distante da verdadeira taxa de remuneração do investimento. A TIR só representará a medida exata do retorno do investimento num fluxo de apenas dois pontos, típico de certas aplicações financeiras, nas quais todo o investimento (PV) acontece na data zero e toda a receita (FV) é concentrada na data n. Nesse caso, admitindo FV > |PV|, a equação 3, a seguir indicada, dará como resultado uma taxa de juros positiva, que representará, com exatidão, o retorno do investimento:

$$i = \left(\frac{FV}{|PV|} \right)^{1/n} - 1 \qquad (3)$$

3. O Caso das Taxas Múltiplas de Retorno

Conforme vimos, o cálculo da TIR resulta da solução de uma equação polinomial de grau n. Voltemos à equação 2:

$$VFL = CF_o \times (1+i)^n + CF_1 \times (1+i)^{n-1} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + CF_{n-1} \times (1+i) + CF_n = 0$$

Segundo o teorema de Descartes, uma equação polinomial desse tipo pode admitir até n raízes reais positivas, sendo o seu número máximo igual ao número de vezes em que ocorre troca de sinal dos coeficientes (CF_j). Em outras palavras, o número máximo de raízes reais positivas será igual ao número de vezes em que a sequência do fluxo de caixa muda de sinal, durante a vida do projeto. Assim, uma questão interessante, envolvendo o conceito de Taxa Interna de Retorno, surge quando se tem um fluxo de caixa não convencional, em que as saídas e entradas de caixa se alternam durante a vida do projeto. Essa possibilidade foi apresentada por Lorie e Savage (1955). Solomon (1956) analisou em detalhes essa situação, utilizando-se do exemplo seguinte.

Exemplo 2: *O problema envolvia a decisão de substituir uma sonda de petróleo por outra mais potente. Com a sonda atual poder-se-ia esperar um ganho de US$ 10,000.00 nos próximos dois anos. Se fosse investido US$ 1,600.00 poder-se ia ganhar US$ 20,000.00 no fim de um ano e nada no fim de dois anos.*

O investimento na segunda sonda estaria então associado ao seguinte fluxo de caixa incremental: CF_0 = - 1.660, CF_1 = 10.000 e CF_2 = - 10.000. E a equação 2 aplicada ao fluxo do investimento ficaria:

$$-1.600 \times (1+i)^2 + 10.000 \times (1+i) - 10.000 = 0$$

que, sendo uma equação do segundo grau, apresenta duas raízes:

$$(1+i)_1 = 1{,}25 \Rightarrow i = 0{,}25$$
$$(1+i)_2 = 5{,}00 \Rightarrow i = 4{,}00$$

o que significa que há dois valores distintos para a taxa que torna nulo o valor futuro (ou presente) líquido do fluxo de caixa: 25% e 400%. O autor indaga então qual delas representaria a medida correta do retorno do investimento e conclui que nenhuma delas representa a rentabilidade do projeto. Como solução para encontrar uma taxa de retorno única e significativa sugere que a entrada intermediária seja reaplicada até o final do período à taxa de mercado.

É importante ressaltar que, no passado, o cálculo da TIR, sem o auxilio de uma calculadora financeira, não era tarefa simples. Assim o procedimento comum era calcular uma solução (geralmente próxima à TMA) e "parar por aí como se a taxa obtida fosse a única", como recomendava Mattos (1978, p.25). Segundo Hirschfeld (2000, p. 293), quando se pesquisava a TIR por tentativa, costumava-se considerar o primeiro valor encontrado, desprezando outros até pelo fato de o "fator de juros se encontrar fora das tabelas usuais". Alguns autores chegavam a afirmar ser “bom senso” considerar como TIR a taxa mais próxima da taxa de mercado. No caso do problema apresentado por Solomon, significaria considerar apenas o valor 25%, desprezando a segunda solução, 400%. Entretanto, a existência de mais de uma TIR, próxima à taxa do mercado, é perfeitamente possível, como veremos no caso seguinte.

Exemplo 3*: Uma empresa de eventos investiu $ 1.000 mil num grande centro de convenções temporário para celebrar a passagem do milênio. Apura como resultado líquido, um ano após, $ 2.400 mil. No entanto no final do ano seguinte sofre uma condenação que a obriga ressarcir a municipalidade em $ 430 mil, referentes ao custo da desmontagem das instalações, além de multa de 1.000 mil. A taxa mínima de atratividade definida pela empresa é 20% a.a.*

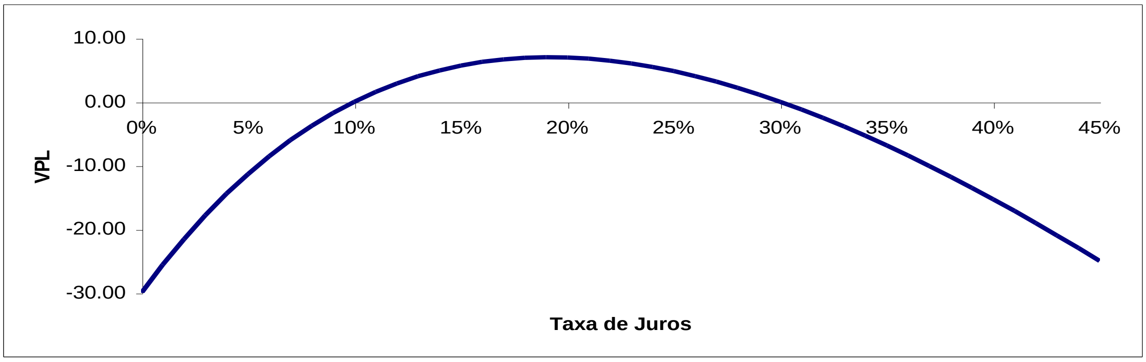
O cálculo do valor presente liquido do investimento em função da taxa de juros é obtido pela equação:

$$VPL = -1.000 + \frac{2.400}{(1+i)} - \frac{1.430}{(1+i)^2}$$

Admitindo i = 20%, obtém-se VPL = 6,94 > 0, ou seja, apesar dos percalços, o investimento atendeu a política da empresa. Entretanto o cálculo da taxa que torna o VPL = 0 indica dois valores distintos para a TIR: 10% e 30%, valores eqüidistantes da TMA. E agora? Como fica o método da TIR? A escolha de TIR = 30% torna o projeto aceitável (TIR > TMA), já a escolha de TIR = 10% indica a sua recusa (TIR < TMA).

Para melhor entender essa situação, analisemos o Gráfico 2 da função VPL = *f*(i). O VPL é negativo para taxas de juros (TMA) inferiores a 10% ou superiores a 30%. Isto significa que o investimento deveria ser recusado nessa situação. Em contrapartida o investimento seria aceitável caso a TMA se situasse no intervalo compreendido entre 10% e 30%.

Gráfico 2: Função *VPL=f(i)* do Exemplo 2



A situação soa, no mínimo, estranha: se em vez de 20%, situação em que o projeto é aceito, a TMA fosse alterada para 9%, o projeto deveria ser recusado. Por princípio, uma TMA menor deveria significar uma política menos conservadora para aceitação do investimento. O que esse caso está mostrando, de forma contundente, é que a TIR, definida como a taxa de juros que torna nulo o valor presente líquido de um fluxo de caixa, não representa a medida do retorno do investimento.

A interpretação financeira da ocorrência de múltiplas TIR pode ser encontrada em Bierman e Smidt (1993 p.95) e se relaciona com o fato de que, de acordo com o modelo matemático da

TIR, os fluxos intermediários são aplicados ou tomados na própria TIR. Na ocorrência de uma inversão de sinal significativa no fluxo, todo o investimento (saídas de caixa) pode ser resgatado pela TIR, numa data intermediária. Nesse caso, o investidor, de acordo com a concepção do modelo, estaria recebendo todo o investimento remunerado pela TIR e estaria tomando emprestado, do próprio projeto, os recursos excedentes, à uma taxa de juros igual a TIR. Ora, do ponto de vista da empresa, a decisão de tomar recursos emprestados tem lógica inversa à decisão de investir. Enquanto, no caso de um empréstimo, é desejável se ter a menor taxa possível de juros, no caso do investimento ocorre exatamente o oposto.

3.1. A popularidade da TIR e as abordagens de tratamento das múltiplas soluções

O método da taxa interna de retorno se tornou muito popular entre os executivos, exatamente por causa da falsa interpretação de que a TIR representava uma medida exata do retorno do investimento. Segundo Bierman e Smidt (1993, p.102), os administradores gostam do método porque é importante conhecer a diferença entre a TIR num investimento proposto e a TMA. Weston e Brigham (2004, p.538) afirmam que o método da TIR, além de familiar, estaria largamente entrincheirado na indústria. Segundo esses mesmos autores os executivos americanos preferem o método da TIR ao do VPL por uma margem de 3 a 1 (p.545). Entretanto a questão da não aplicabilidade do método da TIR na ocorrência dos fluxos de caixas não convencionais permanecia como um fantasma a assombrar os executivos financeiros mais esclarecidos. Após o artigo seminal de Lorie e Savage (1965) muitos autores se debruçaram sobre o paradoxo matemático das múltiplas taxas internas de retorno. A análise da literatura indica inicialmente (até a década de 1970) duas posições sobre o problema:

1. recomendar a não utilização do método da TIR em qualquer caso de fluxo de caixa não convencional;
2. estabelecer, por meio de abordagem matemática complexa, as condições para verificar a aplicabilidade do método nos fluxos de caixa não convencionais.

Os autores que se dedicaram à abordagem matemática buscaram explicitar as condições para que a equação polinomial determinada a partir da função valor presente (ou futuro) líquido admitisse uma única raiz real não negativa. Análises complexas, algumas muito elegantes, foram realizadas por Kaplan (1965), Norstrom (1972), Bernhard (1979), De Faro (1975, 1976, 1983) e muitos outros. A aplicabilidade do modelo em termos financeiros não foi, de início, muito questionada. O paradoxo era analisado muito mais como um problema matemático. Os estudos deram, entretanto, uma pista muito importante para posteriores abordagens financeiras do modelo da TIR, na medida em que deixaram claro que não era todo fluxo não convencional que admitia múltiplas taxas internas de retorno. A condição para a existência das múltiplas taxas exigia inversões significativas de sinal no fluxo de caixa do projeto.

O conceito de balanço do projeto (BP) no final de um período $\underline{k}$ (valor futuro do fluxo de caixa até o período $\underline{k}$), apresentado por Teichroew, Robichek e Montalbano (1965, p.165), e utilizado por Galesne, Fensterseifer e Lamb (1999 p. 84-90), é útil para determinar a existência de múltiplas TIR, num fluxo de caixa não convencional. A inversão de sinal (entrada de caixa) tem de ser significativa o suficiente para tornar o balanço do projeto positivo, ou seja, resgatar todo o investimento efetuado até aquele período, de forma que o excedente passasse a ser emprestado ao investidor, uma vez que o projeto teria necessidade de novo(s) aporte(s), no futuro. Um fluxo simples permite visualizar o conceito de balanço do projeto.

Exemplo 4: CF_0 = -1.000; CF_1 = 3.000; CF_2 = -2.000

Considerando a taxa de juros nula, no final do primeiro ano o balanço do projeto seria:

$$BP_1 = -1000 + 3000 = 2000$$

O balanço intermediário positivo está indicando o pagamento de todo o investimento e o conseqüente empréstimo do projeto para o investidor de $ 2.000.

Já no final do segundo ano o valor futuro líquido, considerando que o empréstimo seria devolvido ao projeto, sem juros, seria:

$$VFL = 2.000 - 2.000 = 0$$

Ou seja, a taxa de 0% é uma solução para a TIR. Considerando agora uma taxa de 100%, o balanço do projeto no final do ano 1 indicaria:

$$BP_1 = -1000\times(1+1) + 3.000 = -2000 + 3.000 = 1.000$$

O que significaria que todo o investimento seria pago no final do primeiro ano, considerando a taxa anual de juros de 100% e ainda sobrariam $ 1.000. Já esse valor tomado emprestado á taxa de 100% e devolvidos no final do ano 2, resultariam no valor futuro liquido do projeto:

$$VFL = 1000\times(1+1) - 2.000 = 2.000 - 2.000 = 0$$

o que significa que 100% é uma outra solução possível para a TIR.

Um projeto de investimento começa com um desembolso de caixa, ou seja, com balanço negativo. Se durante a vida do projeto ocorrerem inversões de sinais que tornem o balanço do projeto positivo, o investidor passaria a usar tal balanço positivo como empréstimo, que deveria ser devolvido ao projeto em data futura. Em tal condição, a lógica de maximizar a taxa de juros se inverte, pois quem toma emprestado procura minimizar a taxa de juros, e o modelo da TIR perde então o significado financeiro. Como bem coloca Lapponi (1996), no caso de um investimento, os juros deveriam ser calculados sobre o saldo do projeto, dessa forma a TIR seria um indicador da rentabilidade do projeto sobre a parte não amortizada do investimento (p.94). Assim, após todo o investimento ter sido amortizado, não é mais cabível utilizar o conceito de retorno sobre investimento.

4. Taxa Interna de Retorno Modificada - TIRM

Possivelmente devido à popularidade da TIR, além da abordagem matemática, surgiram correntes propondo a modificação do fluxo de caixa, para eliminar o paradoxo das múltiplas soluções. Solomon (1956), em seu artigo pioneiro, propõe a reaplicação da receita intermediária a uma taxa de mercado para aplicação de capital. Outros autores, como Oliveira (1979, p.89), propuseram que os investimentos intermediários correspondentes aos fluxos de caixa negativos fossem descontados para a data inicial do projeto, considerando uma taxa de mercado de tomar empréstimo. Em ambos os casos o fluxo não convencional seria transformado em convencional, eliminando as múltiplas soluções para a TIR. Entretanto, a modificação do fluxo, quer apenas levando as receitas intermediárias para a data final do projeto, quer apenas trazendo os desembolsos intermediários para a data inicial, não elimina, necessariamente, todos os fluxos de caixa intermediários e, portanto, de acordo com o exposto na seção anterior, a TIR encontrada ainda não seria uma medida adequada do retorno do investimento.

Uma solução, proposta por Lin (1976), foi adotar simultaneamente os procedimentos de levar para a data final do projeto os recebimentos intermediários (fluxos de caixa positivos) a uma taxa de mercado para reinvestimento de capital e de trazer para a data inicial os desembolsos intermediários (fluxos de caixa negativos) a uma taxa de mercado para financiamento. Esses procedimentos combinados transformariam qualquer fluxo de caixa num fluxo de apenas dois pontos, cuja TIR seria dada pela equação 3, vista no exemplo 1. Esse novo parâmetro do fluxo de caixa do projeto é associado a uma taxa de mercado de reinvestimento i_r e a uma taxa, também de mercado de financiamento i_f e foi denominado Taxa Interna de Retorno Modificada (TIRM).

Voltemos ao Exemplo 1 onde o cálculo da TIR indicou como resultado a taxa anual de 120,56%. Admitindo-se a reaplicação das receitas anuais do projeto à taxa de 12% a.a. até o seu término na data 5, obtém-se o resultado da TIRM, 50,84% a.a. Na opinião de Kassai et alii (1999), a TIRM é uma versão melhorada da TIR e indica a verdadeira taxa interna de retorno de um projeto (p.73). Segundo Brigham, Gapenski e Ehrard (2.001), a TIRM é superior à TIR como indicador da “verdadeira taxa de retorno ou taxa de retorno de longo prazo de um projeto” (p.436).

Concordamos que a TIRM é um melhor indicador da taxa de retorno de longo prazo de um projeto de investimento, desde que convencional, por levar em conta a realidade do mercado. Quanto a ser exata ou verdadeira, teríamos de admitir que o modelo representa de forma precisa a realidade, o que pode não acontecer. No caso, por exemplo, de fluxos não convencionais com múltiplas taxas internas, não faz sentido (pelo menos do ponto de vista financeiro), definir taxa de retorno, modificada ou não. Volkman (1999) mostra que o método TIRM não corrige a deficiência nos casos onde há multiplicidade da TIR, uma vez que o problema de ambos os métodos estaria em não distinguir os fluxos de investimento dos fluxos de empréstimo (p.82). Entretanto, nos casos onde há unicidade da TIR, a TIRM será uma aproximação muito mais adequada do retorno do projeto. A diferença entre os valores obtidos para a TIRM e a TIR, nesses casos, estará intimamente ligada às diferenças entre o valor calculado da TIR e as taxas de mercado para aplicação e financiamento e também à quantidade e intensidade da ocorrência de fluxos de caixas intermediários. Assim, no limite, ocorrendo um único desembolso inicial e um único recebimento final, a TIR e a TIRM serão iguais e indicarão exatamente o retorno do investimento.

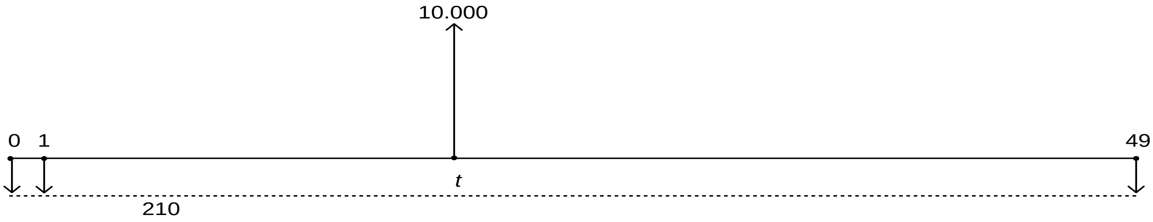
4.1. O problema do consórcio

O consórcio de automóveis se tornou muito popular no Brasil. Por esse instrumento um grupo de pessoas se compromete a depositar todo mês uma fração do valor de um automóvel novo que é comprado e sorteado entre os participantes que não tiverem sido contemplados em sorteios anteriores.

Exemplo 5: *Admitamos que um consórcio de compra de automóveis tenha 50 associados. Cada consorciado paga mensalmente 2% do valor do automóvel e mais uma taxa de administração de 0,1%. O automóvel comprado todo mês é distribuído por sorteio. Supõe-se que o modelo do automóvel não sofrerá mudanças significativas nos próximos 50 meses. Admite-se inexistência de inflação.*

Admitindo como \$10.000 o valor do automóvel, a prestação mensal do consórcio seria de \$210. Um consorciado que fosse sorteado num mês genérico t, teria um fluxo de caixa associado à operação conforme à Figura 2.

FIGURA 2: Fluxo de caixa associado à operação descrita no Exemplo 5



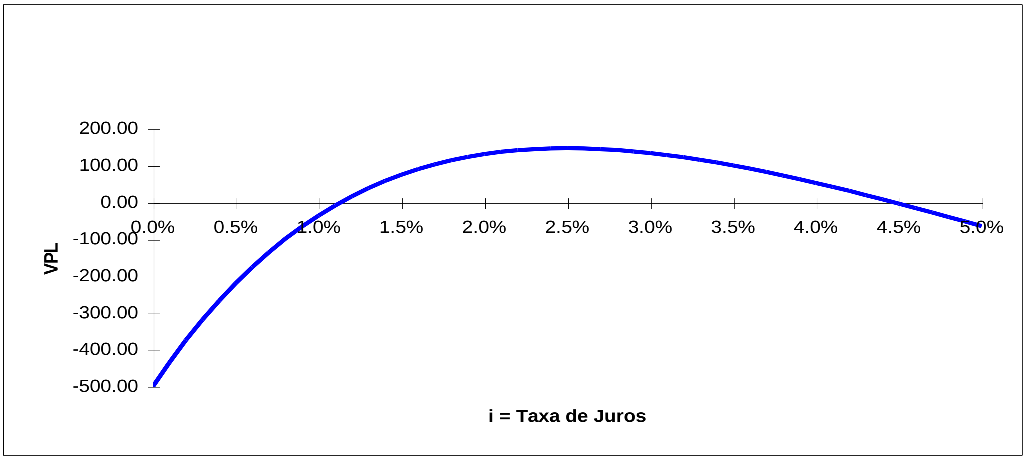
Admitindo $t > 0$, teremos um típico fluxo de caixa não convencional onde o investidor faz uma aplicação de \$ 210 durante *t* períodos, recebe o valor do automóvel (\$10.000) na data *t* e nessa data toma emprestado do "projeto consórcio" a diferença entre esse recebimento e o valor futuro (na data *t*) das *t+1* aplicações (feitas da data 0 até a data *t*) de \$ 210, para pagar em *49-t* parcelas também de \$ 210. Esse é um interessante e raro caso de fluxo não convencional. É intuitivo que o consorciado sorteado na data 0 terá o maior benefício de todos, enquanto que aquele que receber o automóvel no último mês arcará com o prejuízo de ter feito uma aplicação cujo montante na data 49 (\$10.000) será inferior à simples soma dos valores aplicados (\$ 210×50 = \$ 10.500).

Iremos a seguir analisar a situação particular na qual o automóvel é sorteado quando do pagamento da vigésima parcela (como a primeira parcela é paga na data 0, isso significa que o sorteio se dá na data t = 19) A função VPL do fluxo de caixa nesse caso particular está indicada abaixo:

$$VPL = VP(i = i; n = 50; PMT = 210;; tipo = 1) + VP(i = i; n = 19;; FV = -10.000)$$

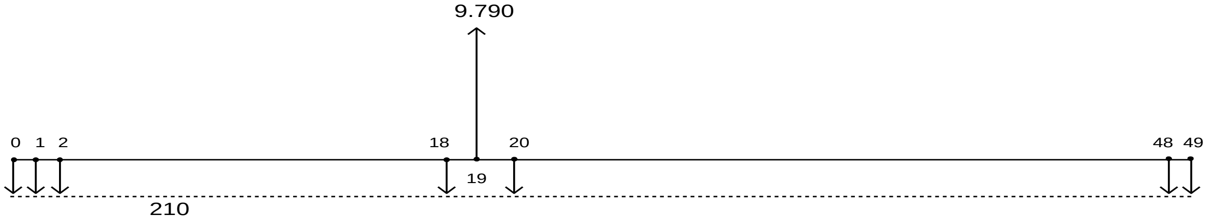
Nas indicações de cálculos que utilizam as funções da matemática financeira foi utilizada a convenção mista HP12C-Excel (Álvares, 1998) que está resumida no Anexo. Pelo teorema de Descartes sabemos que, como o fluxo apresenta duas inversões de sinais, no máximo existirão duas soluções reais positivas. O Gráfico 3 mostra a função VPL, obtido com a ajuda do MS-Excel. Como pode-se observar, são duas as soluções para a TIR, sendo seus valores, calculados pelo Excel, aproximadamente, 1,13% e 4,47%.

Gráfico 3: Função VPL do Fluxo de um automóvel sorteado no vigésimo mês



Calculemos agora a TIRM. Para correta utilização da metodologia, é mostrada, na Figura 3, uma nova representação, agora do fluxo de caixa líquido:

FIGURA 3: nova representação do fluxo de caixa líquido



Admitindo ser 0,5% a.m. a taxa de reinvestimento, calcula-se o valor futuro das entradas de caixa:

$$FV = VF(i = 0{,}5\%; n = 30;; PV = -9.790) = 11.370{,}11:$$

Considerando 2,5% a.m a taxa de financiamento, o valor presente das saídas de caixa pode ser calculado com auxilio da função NPV da HP-12C, conforme indicado a seguir:

$$PV = NPV(CF_0 = 210; CF_j = 210; n_j = 18; CF_j = 0; CF_j = 210; n_j = 30; i = 2{,}5\%) = 5.973{,}63$$

Ou seja, o fluxo é de dois pontos (PV e FV). E a TIRM calculada, indica:

$$TIRM = TAXA(n = 49; PV = -5.973{,}63;; FV = 11.370{,}11) = 1{,}32\%$$

A TIRM pode também ser facilmente obtida por meio do uso da função MTIR do Excel, como mostrado abaixo, sendo que a seqüência endereçada na planilha Excel, dos fluxos de caixa CF_j deve, necessariamente, registrar as saídas de caixa com sinal negativo e as entradas com sinal positivo.

$$TIRM = MTIR(sequência CF_j; i_f = 2{,}5\%; i_r = 0{,}5\%) = 1{,}32\%$$

Mas qual o significado da TIRM, nesse caso particular? Significa que é melhor aceitar o projeto já que uma aplicação financeira renderia juros menores (0,5% a.m)? Ou deveríamos aceitar o projeto por que o custo de obter financiamento seria mais elevado (2,5%a.m)? Talvez por ambos os argumentos?

Na verdade, não é adequado, do ponto de vista financeiro, definir um retorno para determinados fluxos não convencionais. Um projeto de investimento começa com desembolsos de caixa nos anos de implantação, isto é com balanço negativo. Se, no decorrer da execução, ocorrem entradas intermediárias de caixa que tornam o balanço positivo para uma determinada taxa de juros, isso significará que todo investimento foi resgatado e o investidor começou a receber os lucros do projeto. Sendo o investimento não convencional, tais lucros (no todo ou em parte) deverão ser devolvidos ao projeto numa data futura e, desse modo, a retirada ficará caracterizada como um empréstimo do projeto ao investidor e, nessa lógica, não faz sentido o cálculo de uma “taxa de retorno” para o empréstimo.

Voltemos ao projeto consórcio. O investidor poderia ter, ao invés de pagar as prestações, aplicado o valor a 0,5% a.m. Na data 19 o valor futuro das aplicações mensais (total de 20, considerando que os pagamentos se iniciam na data 0) seria:

$$FV = VF(i = 0{,}5\%; n = 20; PMT = 210;; tipo = 1) = -4.427{,}64$$

Na data 19, o investidor resgata a aplicação e toma emprestada a diferença de $ 5.572,36 para comprar o automóvel. Considerando uma taxa de 2,5% a.m, o valor da prestação mensal do empréstimo a ser pago nos 30 meses subsequentes seria:

$$PMT = PGTO(i = 2{,}5\%; n = 30; PV = 5.572{,}36) = -266{,}23$$

Ou seja, o projeto do consórcio é preferível á alternativa combinada de aplicação e financiamento, nesse caso (210,00 <. 266,23).

Para finalizar suponhamos que o automóvel fosse sorteado na data 29. Com procedimentos análogos, o cálculo da TIRM indicaria 1,21%. E agora, como ficamos? Continuamos a ter uma TIRM superior à taxa de investimento (0,5%) e inferior à de financiamento (2,5%). Refazendo os cálculos acusaríamos como valor futuro das aplicações, na data 30:

$$FV = VF(i = 0{,}5\%; n = 30; PMT = 210;; tipo = 1) = -6.812{,}70$$

O valor a ser financiado pelos restantes 20 meses para a compra do automóvel seria $ 3.187,30. Considerando a taxa de 2,5% a.m., a prestação mensal seria:

$$PMT = PGTO(i = 2{,}5\%; n = 20; PV = 3.187{,}30) = -204{,}46$$

Ou seja, é preferível combinar aplicação e financiamento do que ter o consórcio sorteado no mês 29 (204,46 < 210,00). A partir da data 29 o que era um investimento passou a ser um empréstimo. A rigor, a partir desse momento o investidor se transforma em consumidor que compra a prazo e a sua lógica se inverte, pois passa a optar pelo menor custo de financiamento. A TIRM, como vimos, não foi capaz de indicar a melhor escolha, do ponto de vista econômico. A grande lição desse exemplo é mostrar que a TIRM, tanto quanto a TIR, carece de significado financeiro quando se tem fluxo de caixa não convencional, com ocorrência de soluções múltiplas para a TIR normal.

5. Conclusões

O fato de a taxa de juros que anula o valor presente de um fluxo de caixa de um investimento ter sido denominada, desde a sua concepção, no inicio do século XX, de taxa interna de retorno, deu margem a consideráveis equívocos. Muitos executivos e acadêmicos passaram a acreditar que este parâmetro era uma indicação correta e precisa do retorno do projeto.

Quando foi percebida a possibilidade de múltiplas soluções para a TIR, observou-se que, pelo menos em alguns casos, o modelo absolutamente não funcionava. A partir de então, análises matemáticas complexas, algumas delas construídas com elegância, se dedicaram a descobrir em que condições a taxa que anula o fluxo de caixa líquido, em existindo, seria única, e, assim, a TIR pudesse ser validada como medida do retorno do investimento. Pouco se falava que a TIR, conforme originalmente concebida, pressupõe a manipulação dos fluxos de caixa intermediários na própria TIR. Ora, sendo a TIR um parâmetro do projeto, ela não existe na prática e, portanto, mesmo nos chamados fluxos de caixas convencionais, ela poderá estar muito longe de medir o retorno do investimento. Vale mencionar que o método do Valor Presente Líquido também admite a manipulação dos fluxos intermediários na mesma taxa mínima de atratividade (TMA). A diferença, porém, reside no fato de que a TMA é definida com base numa realidade de mercado, o que evita grandes distorções no cálculo do VPL. Já a TIR é um parâmetro totalmente virtual associado a um fluxo de caixa específico. Ela só será uma medida exata do retorno do investimento quando inexistirem fluxos de caixa intermediários (positivos ou negativos), ou seja, quando a um único investimento inicial corresponder uma única receita final (fluxo de dois pontos).

Na década de 1970 começam a aparecer as maiores críticas à TIR. Lin (1976) apresenta o conceito de TIRM. A metodologia de cálculo da TIRM, ao transformar o fluxo de caixa do projeto, com base em hipóteses de mercado para as taxas de reinvestimento e de financiamento, acaba sendo uma métrica muito mais adequada para indicar o retorno do investimento, nos casos onde há unicidade da TIR. O software MS-Excel traz a função que calcula a TIRM de um fluxo de caixa, dadas as taxas de reinvestimento e de financiamento (função MTIR). É provável que a TIRM ganhe popularidade entre os analistas de investimento.

A TIR por seu lado representa um parâmetro notável do projeto. A sua principal qualidade não é, entretanto indicar, a rentabilidade do investimento. A TIR, por não depender de fatores externos ao projeto (é um parâmetro definido unicamente pelo fluxo de caixa), quando aplicável permite uma rápida e precisa análise de sensibilidade à variação da TMA. Nos casos em que a TIR existe e é única, a condição TIR ≥ TMA classifica claramente o projeto como aceitável.

Este trabalho mostra que a TIR existe e é única nos fluxos de caixa convencionais, conforme definidos na seção 2. Certos fluxos de caixa não convencionais podem admitir também uma única TIR positiva. Aliás, durante décadas esse tema foi alvo de complexas análises matemáticas. Um método rápido para checar a existência e unicidade da TIR foi apresentado por Norstrom (1972) que demonstrou que o fluxo de caixa não convencional admitirá uma única solução positiva para a TIR desde que o primeiro fluxo seja negativo, o último positivo, que a soma algébrica dos fluxos seja positiva e que não haja mais de uma variação de sinal na soma algébrica dos fluxos de caixa acumulados em cada período (balanços do projeto a uma taxa nula de juros). Essa condição, embora suficiente, não é, entretanto, necessária, mas permite ampliar, com segurança, o uso do método da taxa interna do projeto.

Como se vê, não se trata de deixar de usar a TIR, mas de reconhecer que ela apresenta sérios problemas de interpretação, chegando-se equivocadamente a entendê-la como medida exata do retorno, como se vê em muitos livros textos e até mesmo em artigos, alguns aqui citados. De qualquer forma registra-se nesse artigo a proposta de modificação do nome da taxa de juros que anula o fluxo de caixa de um projeto, de Taxa Interna de Retorno (TIR) para **Taxa Interna do Projeto (TIP)**, como contribuição para eliminar a confusão dessa taxa como medida exata do retorno do investimento.

Referências Bibliográficas

ALVARES, A. C.T. *Convenções para funções financeiras.* São Paulo: FGV-EAESP, Material interno-PG-0046-LI, 1998.

BIERMAN, H.; SMIDT, S. *The capital budgeting decision: economic analysys of investment projects*. Upper Sadle River : Prentice Hall, 1993.
BERNHARD, R.H. On the inconsistency of the Soper and Sturn-Kaplan conditions for uniqueness of the internal rate of return. *The Journal ofindustrial Engineering, 18*.ago. 1967.
BRIGHAM, E. F.; GAPENSKI L. C.; EHRHARDT M. C. *Administração financeira: teoria e prática*, São Paulo : Atlas, 2001
DE FARO, C. Sobre a unicidade de taxas internas de retorno positivas. *Revista Brasileira de Economia,* Rio de Janeiro, v.29, n.4, p. 57-66, out./dez. 1975
___________. O critério da taxa Interna de retorno e o caso dos projetos tipo investimento puro. *Revista de Administração de Empresas*, Rio de Janeiro v.16, p.57-63, set./out 1976.
___________. *Elementos de Engenharia Econômica*. São Paulo : Atlas, 1979.
__________. O teorema de Vincent e o problema de multiplicidade de taxas internas de retorno. *Revista Brasileira de Economia,* Rio de Janeiro, v.37, n.1, p. 57-76, jan./mar. 1983.
GALESNE, A.; FENSTERSEIFER J. E.; LAMB R. *Decisões de investimento da empresa*. São Paulo : Atlas, 1999.
HARTMAN, J.C.; SCHAFRICK I. C. The relevant internal rate of return. *The Enginering Economist;* v.49. 2004 p. 139-158.
HIRSCHFELD, H. E*ngenharia econômica e custos: aplicações práticas para economistas, engenheiros, analistas de investimento e administradores.* São Paulo: Atlas, 2000.
KAPLAN, S. A note on a method for precisely determining the uniqueness or non uniqueness of the internal rate of return for a proposed project. *The Journal of Industrial Engineering*, v.16, n.1, p. 70-71, jan./fev. 1965.
KASSAI, J.R.; KASSAI S.; SANTOS A.; ASSAF NETO A. *Retorno de investimento: abordagem matemática e contábil do lucro empresarial.* São Paulo : Atlas, 1999.
LAPPONI, J. C. *Avaliação de projetos de investimento: modelos em Excel,* São Paulo: Lapponi, 1996.
LIN, S. A. "The Modified Internal Rate of Return and Investment Criterion". *The Engineering Economist*, v..21, Summer 1976, pp. 237-247
LORIE, J. H., SAVAGE, L. J. Three problems in rationing capital. *Journal of Business.* Oct. 1965
NORSTROM, C. J. A sufficient condition for a unique non-negative internal rate of return. *Journal of Financial and Qauntitative Analysis*, v.7, n.3 p. 1835-9, jun. 1972
MATTOS, A.C.M. A taxa múltipla de retorno de um investimento. *Revista de Admnistração de Empresas,* Rio de Janeiro, v.18, n.2, p. 25-29, abr/jun 1978.
OLIVEIRA A. Método da taxa interna de retorno – caso das taxas múltiplas. *Revista de Administração de Empresas,* Rio de Janeiro, v.19, n.2, p.87-90, abr../jun. 1979.
PILÃO, N.E. ; HUMMEL, R. V.P. *Matemática Financeira e Engenharia Econômica: a teoria e a prática da análise de projetos de investimentos.* São Paulo : Pioneira Thomson Learning, 2003.
SOLOMON, E. The arithmetical of capital: dual getting decisions *Journal of Business*, v. 29 abr. 1956.
TEICHROEW, D.; ROBICHEK,A.A.; MONTALBANO M. An analysis of criteria for investment and financing decisions under certainty. *Management Science*, v.12, n.8, nov. 1965.
VOLKMAN, D. A. A consistent yield-based capital budgeting Method. *Journal of Financial and Strategic Decisions*, v.10 n.3, Fall 1997.
WESTON, J. F.; BRIGHAM, E. E. *Fundamentos da Administração Financeira*, São Paulo : Makron Books, 2004.

Anexo – Convenções para Funções Financeiras

O manuseio das calculadoras financeiras foi muito difundido no Brasil, não só pela sua simplicidade, mas, e principalmente, devido à extrema necessidade da utilização da álgebra dos juros compostos, durante mais de três décadas de elevadas taxas de inflação anual. Os autores de livros-texto trataram de incorporar o uso das calculadoras em substituição às tabelas de juros compostos e aí se depararam com a falta de uma notação adequada. Os livros-texto passaram então a indicar os cálculos financeiros, representando os botões da calculadora. Com a popularização da microinformática, particularmente do software MS-Excel, a análise de investimento ficou muito facilitada, permitindo a elaboração de cálculos outrora muito complexos. A experiência de sala de aula nos levou então a substituir as "notações dos botões", compatibilizando as notações utilizadas para indicar as funções financeiras do Excel com aquelas da mais popular calculadora financeira, a HP-12C. A convenção mista HP-Excel surgiu com o objetivo de possibilitar uma perfeita visualização da operação feita na HP-12C e, ao mesmo tempo, transmitir facilmente aos alunos as funções financeiras do Excel, conforme pode ser visto no quadro a seguir.

ARGUMENTO/FUNÇÃO FINANCEIRA	**Notação HP-12C**	**Notação Excel**	**CONVENÇÃO MISTA HP-Excel**
Taxa de juros	i	TAXA	$TAXA(n; PMT; PV; FV; tipo)$
Número de períodos	n	NPER	$NPER(i; PMT; PV; FV; tipo)$
Valor presente	PV	VP	$VP(i; n; PMT; FV; tipo)$
Valor Futuro	FV	VF	$VF(i; n; PMT; PV; tipo)$
Pagamento periódico	PMT	PGTO	$PGTO(i; n; PV; FV; tipo)$

A convenção mista indica a seqüência na qual o Excel reconhece os dados. Quando determinado dado não for disponível, deverá ser omitido, porém, caso exista outro, deverá ser deixado na seqüência o espaço em branco entre os pontos e vírgulas. Exemplo: inexistência do PMT, na função VF tem-se a seguinte notação: $VF(i; n; ; PV; tipo)$.

Tipo – indicar 1 quando o pagamento periódico se der no final de cada período (corresponde ao modo "begin" da HP-12C). Exemplo: obtenção do valor presente da série de 12 pagamentos mensais <u>antecipados</u> de $ 1.000,00, supondo a taxa de juros de 1,5% a.m.

$$PV = VP(i = 1{,}5\%; n = 12; PMT = -1.000; ; tipo = 1) = 11.071{,}12$$

A indicação explícita da notação HP-12C, dentro dos parênteses, permite a fácil visualização de quem utiliza as calculadoras financeiras, sem confundir os usuários do Excel. Os usuários da HP-12C deverão estar atentos para o fato de que a indicação tipo = 1 significa modo "begin".

Convenção de sinal: tanto as funções PV, FV e PMT da HP-12C, quanto VP, VF e PGTO do Excel invertem os sinais da solução, o que é evitado invertendo os sinais dos fluxos de caixa.